Stochastik:

Note Title 17.01.2008

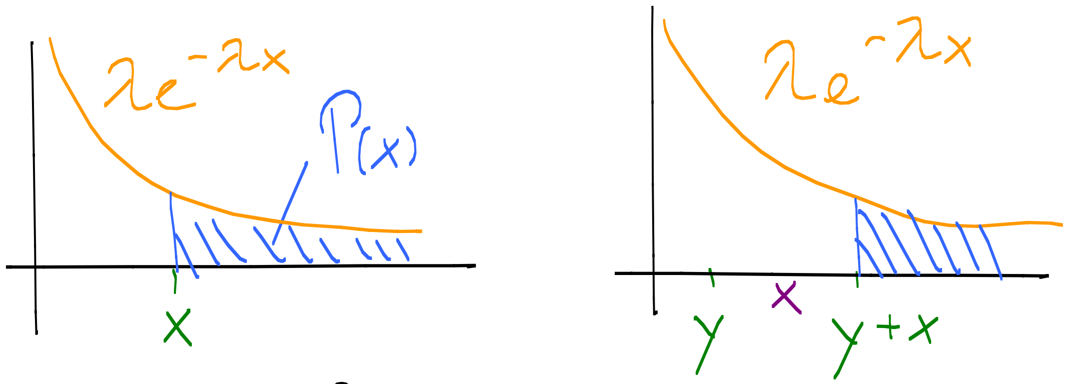
Erlang-Verteilung:

$$P(T_n \le t) = \int_0^t \varphi_{T_n}(x)\,dx = \int_0^t \frac{\lambda^n x^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda x}\,dx$$

↳ Anzahl der Ankünfte

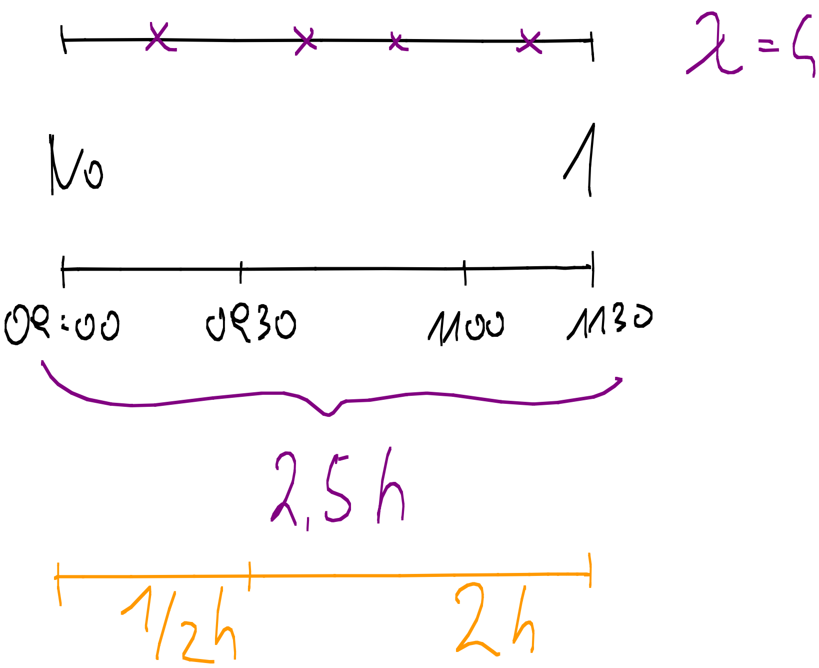
$$= \sum_{k=n}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \qquad n \ge 1$$

Gedächtnislosigkeit der Exponentialverteilung



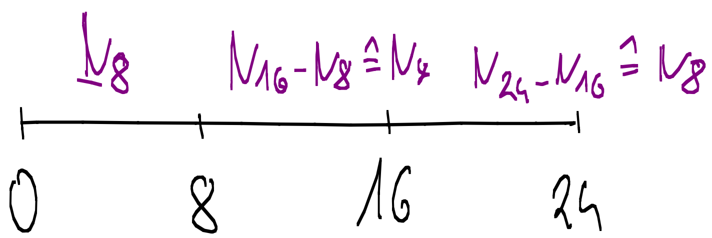
Es ist egal welchen Wert die Funktion zu Beginn hat, sie wird mit selbiger Charakteristik abnehmen.

Beispiel 12.1:

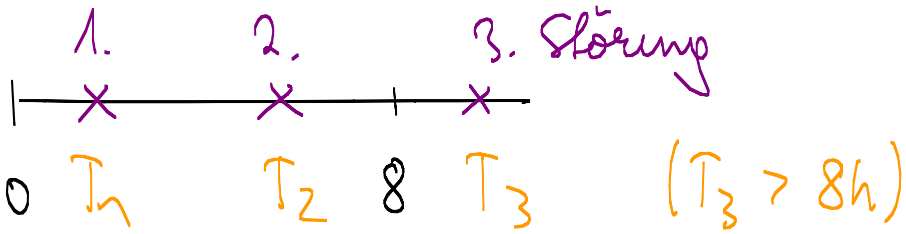


Zerlegung in disjunkte Unterintervalle, darauf die Unabhängigkeit anwenden;

Beispiel 12.2:



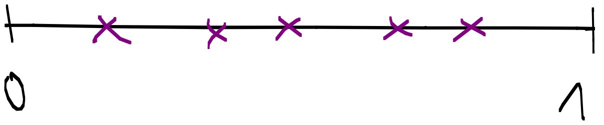
es kann jedes Intervall auf N_8 zurück geführt werden.



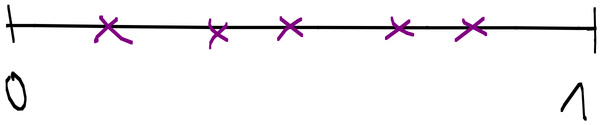
$$P(T_3 > 8) = P(N_8 < 3) = P(N_8 \leq 2) = \sum_{0}^{2} = 0{,}677$$

Beispiel 12.2.3:

$N \sim P(\lambda)$



$N = n$



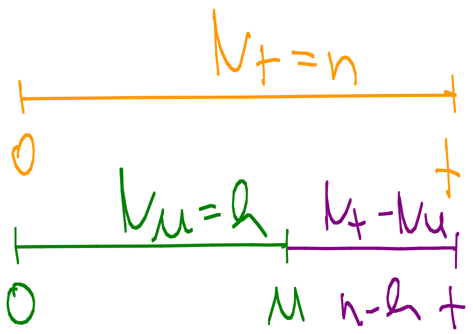
$0 \le k \le n$

$$P(M=k \mid N=n) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\Rightarrow P(M=k) = \frac{(\lambda \cdot p)^k}{k!} e^{-\lambda p}$$

$k \in \mathbb{N}_0$

Zusammenhang zur Binomialverteilung:



$$P(N_k = k \mid N_t = n) = \binom{n}{k}\left(\frac{u}{t}\right)\left(1-\frac{u}{t}\right)^{n-k}$$

$$0 \le k \le n$$

$$p = \frac{u}{t}$$

$$N_t - N_u = N_{t-u}$$

$$\left.\begin{array}{l} N_t \sim P(\lambda \cdot t) \\ N_u \sim P(\lambda \cdot u) \end{array}\right\} N_{t-u} \sim P(\lambda(t-u))$$

sei $N_t = 1$

$$\varphi_{T_1}(x) = \frac{1}{t} \qquad 0 \le t \le 1$$

$$P(T_1 \le u \mid T_1 \le t) = \frac{u}{t}$$

diskrete Markov-Kette:

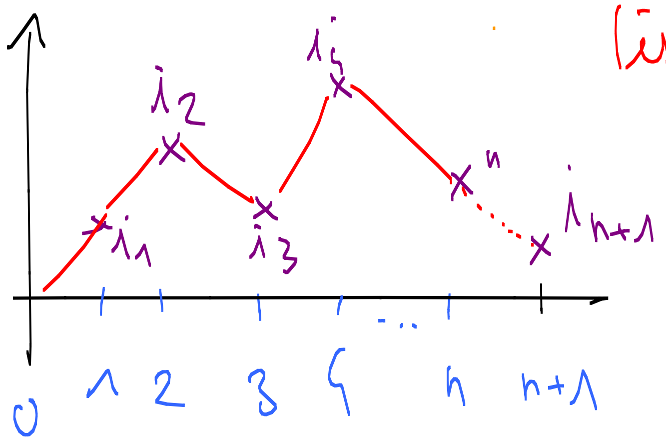
$\{X_n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ $\quad X_n \in \{0, 1, \ldots, s\}$,

$P(X_n = 0) \ldots P(X_n = s)$

(S+1 Massepunkte)

$$P(X_{n+1} = i_{n+1} \mid \underbrace{\cancel{X_n = i_n, \ldots, X_0 = i_0}}_{\text{Wissen aus der Vergangenheit}}) = P(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_n = i_n)$$

(ist egal)



$p_{ij} \neq f(n)$ die Übergangswahrscheinlichkeit ist