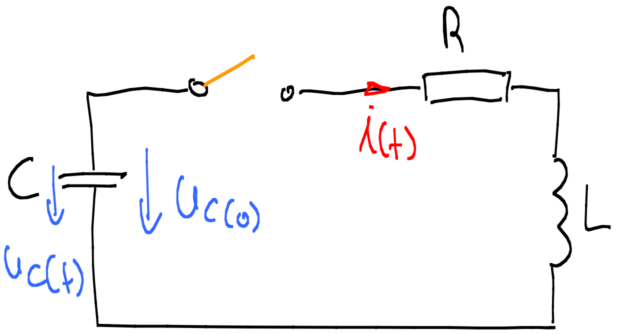
Gen Ro 21052007

Notiztitel 21.05.2007



geg.: $U_{C(0)} = 100V$

$R = 560\Omega$

$L = 100mH$

$C = 100nF$

ges.: • $i(t)$ $\forall t \geq 0$

• $u_C(t)$

$$i \cdot R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = 0$$

$$i' \cdot R + L\,i'' + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

$$i'' + \frac{R}{L} i' + \frac{1}{LC} i = 0$$

(charakteristische Gleichung)

über Spannung:

$$CR \cdot u_c' + LC\,u_c'' + u_c = 0 \qquad / \; i = C\,u_c'$$

$$u_c'' + \frac{R}{L} u_c' + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

S-Schreibweise:

$$s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC} = 0$$

$$S_{1,2} = -\underbrace{\frac{R}{2L}}_{\alpha} \pm \sqrt{\underbrace{\left(\frac{R}{2L}\right)^2}_{\alpha^2} - \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}}$$

Fall a: $\alpha^2 > \omega_0^2$

$$i_{(t)} = A_1 \cdot e^{s_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{s_2 t}$$

Fall b: $\alpha^2 > \omega_0^2$

$$i_{(t)} = D_1 t e^{-\alpha t} + D_2 e^{-\alpha t}$$

Fall c.) $\alpha^2 < \omega_0^2$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$i_{(t)} = B_1 \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\omega_d t) + B_2 e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{0{,}1 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 10^8 \frac{1}{s^2}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{560}{2 \cdot 0{,}1} = 2800\,Hz = \frac{1}{s}$$

$$\alpha^2 = 7{,}84 \cdot 10^6 \frac{1}{s^2}$$

$\Rightarrow \alpha^2 < \omega_0^2 \rightarrow$ Schwingfall

1.) Anfangsbedingung: $I_{(0)} = 0$

$\sin(0) = 0$

$$0 = B_1 + 0 \rightarrow B_1 = 0$$

$$i_{(t)} = B_2 e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t)$$

2.) Anfangsbedingung: $U_{C(0)} = 100V$

$$\underline{u_C} = \frac{1}{C}\int i_{(\tau)}\, d\tau \quad \ldots \text{ 1 Weg}$$ (über partielle Integration)

$$i(0+) = 0 \Rightarrow u_{R(0+)} = 0 \Rightarrow U_{L(0+)} = U_{C(0+)}$$

$$U_{C(0)} = L\frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{U_{C(0)}}{L}$$

$$= \frac{100}{0{,}1} = 1.000\,\frac{A}{s}$$

ausnutzen der Stetigkeit des Stromes an der Spule!

$$i(t) = B_2 e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \quad \Big/ \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = B_2\left(-\alpha e^{-\alpha 1} \sin(\omega_d t) + e^{-\alpha 1}\omega_d \cos(\omega_d t)\right)$$

$\sin(0)=0$ $\quad e^0 = 1$ $\quad 1 = 0 \Rightarrow \cos(0) = 1$

$$\frac{di}{dt} = B_2 \cdot 0 + 1 \cdot \omega_d \cdot 1$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 9.600\,\frac{1}{s}$$

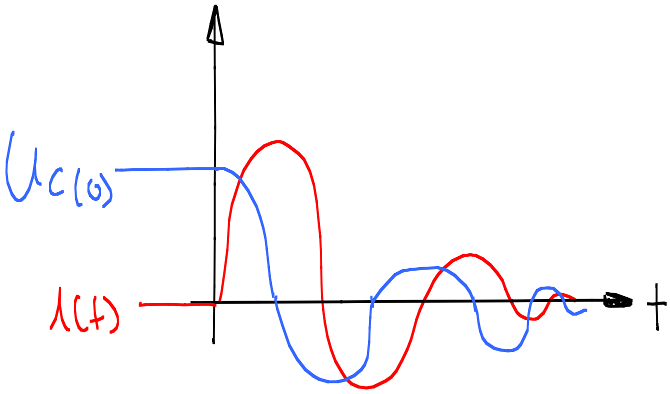
$$1000 = B_2 \cdot 1 \cdot 9600$$

$$B_2 = 0{,}1042\ A$$

$$\Rightarrow i_{(t)} = 0{,}1042 \cdot e^{-2800t} \sin(9600\,t)\ A$$

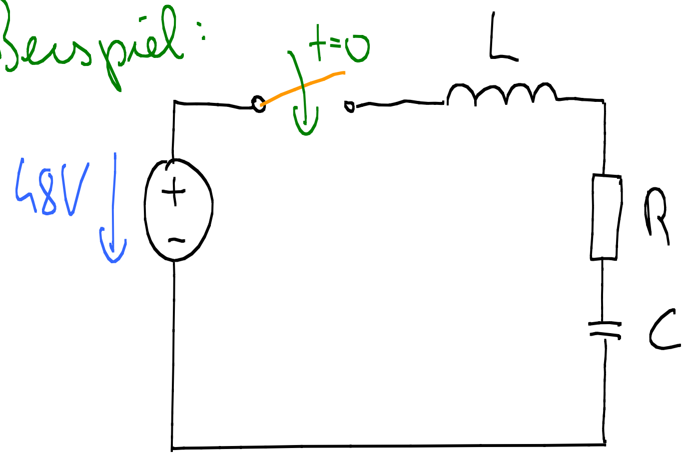
$$u_{C(t)} = R\cdot i + L\,\frac{di(t)}{dt}$$

$$u_{C(t)} = 560 \cdot 0{,}1042 \cdot e^{-2800t}\sin(9600t) + 0{,}1 \cdot 0{,}1042 \cdot \left[-2800 \cdot e^{-2800t}\sin(9600t) + e^{-2800t}\, 9600\cos(9600t)\right] = \ldots V$$



Andere Möglichkeiten:
- R nicht gegeben
- es soll der A-periodische gelten

Beispiel:



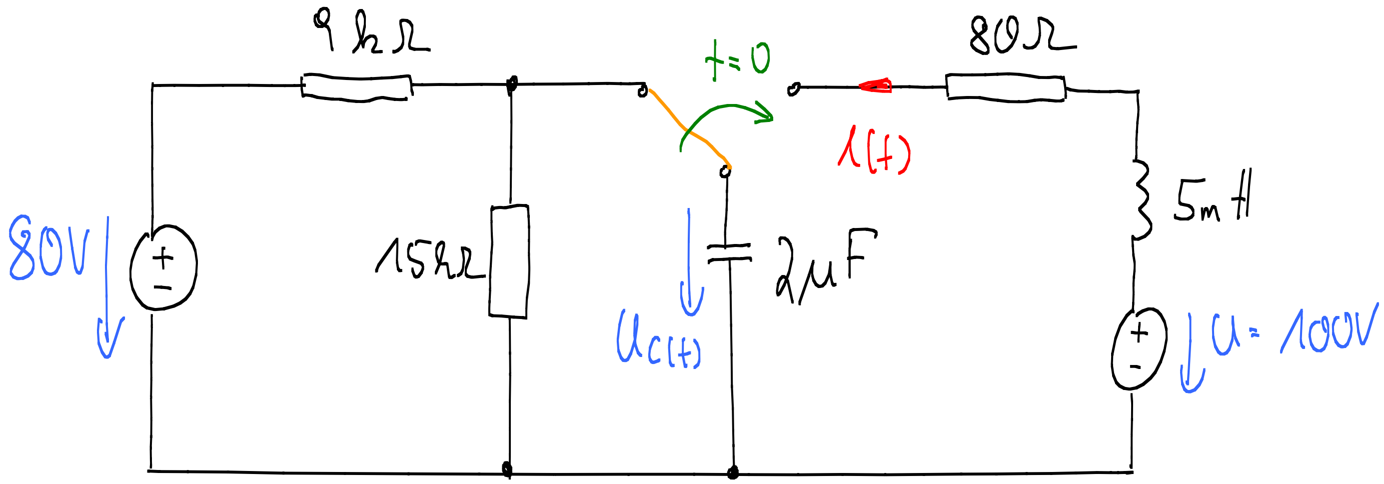
geg.: $L = 0{,}1\,H$
$R = 280\,\Omega$
$C = 400\,nF$

keine Energie in den Speichern bei $t=0$

ges.: $u_C(t)$, $i(t)$

Wie ist R zu wählen damit aperiodisches Verhalten auftritt.

Klausurtauglich!



Lösung: $i(t) = 1{,}67 \cdot e^{-8000t} \cdot \sin(6000t)$ A

$$u_C(t) = 100 - e^{-8000t}\left(50\cos(6000t) + 66{,}67\sin(6000t)\right)$$

=

13^{45} HS P2