

Entwurf & Analyse von Algorithmen WS 2008/09

5. Übungsblatt

Familienname: Altinger Vorname: Harald Matr.Nr.: 0630936

Hinweis: Die Übung ist auf diesem Angabeblatt in Reinschrift abzugeben. Beachten Sie bitte die Hinweise in der LV bzw. auf der Homepage. Abgabe spätestens 18.11.2008, 12:00.

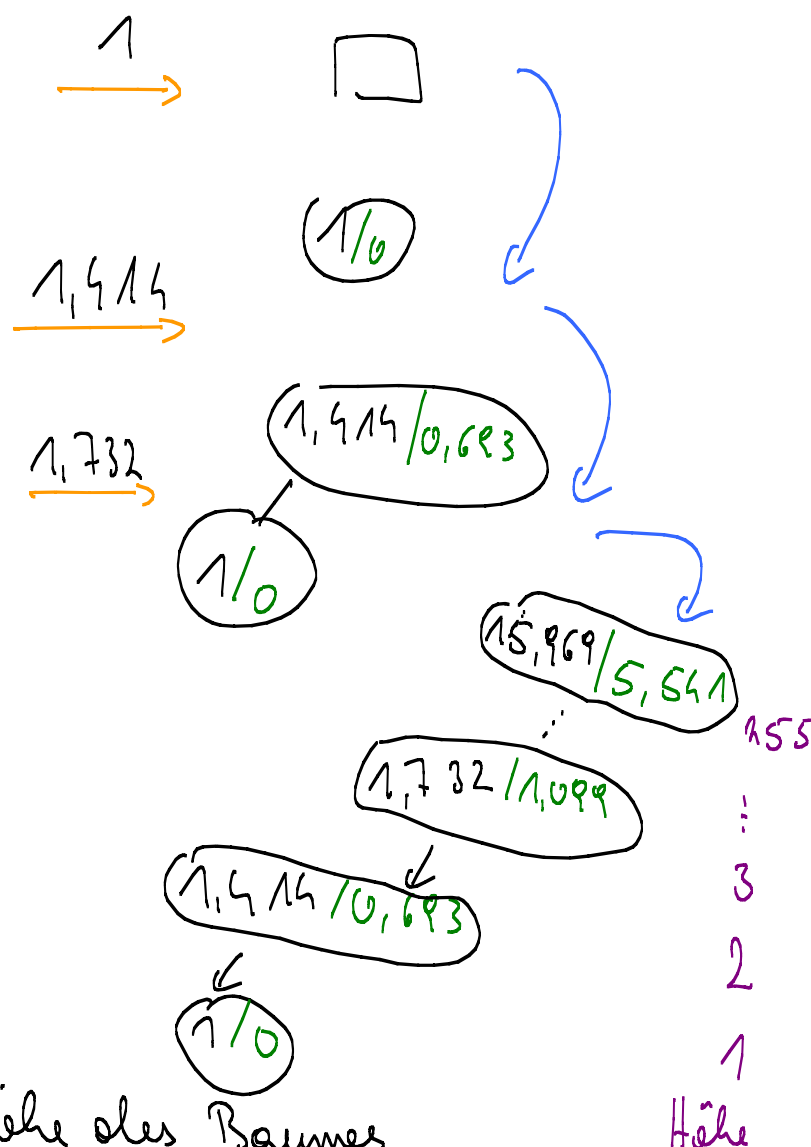
1. Betrachten Sie einen randomisierten Suchbaum mit den Werten $x_i = \ln i$ für $i = 1, \dots, 255$. Für die Prioritäten $p(x_i)$ sei jeweils einer der folgenden Zusammenhänge gegeben:

- (a) $p(x_i) = \sqrt{i}$
- (b) $p(x_i) = \max_k \{2^k \text{ ist ganzzahliger Teiler von } i\}$ (k ist eine ganze Zahl)
- (c) $p(x_i) = 128 - |128 - i|$

Geben Sie die **genaue** Gestalt und **exakte** Tiefe der jeweils entstehenden Suchbäume an. Begründen Sie alle Ihre Aussagen!

a.)

i	ln(i)	sqrt(i)
1	0,000	1,000
2	0,693	1,414
3	1,099	1,732
...
253	5,533	15,906
254	5,537	15,937
255	5,541	15,969

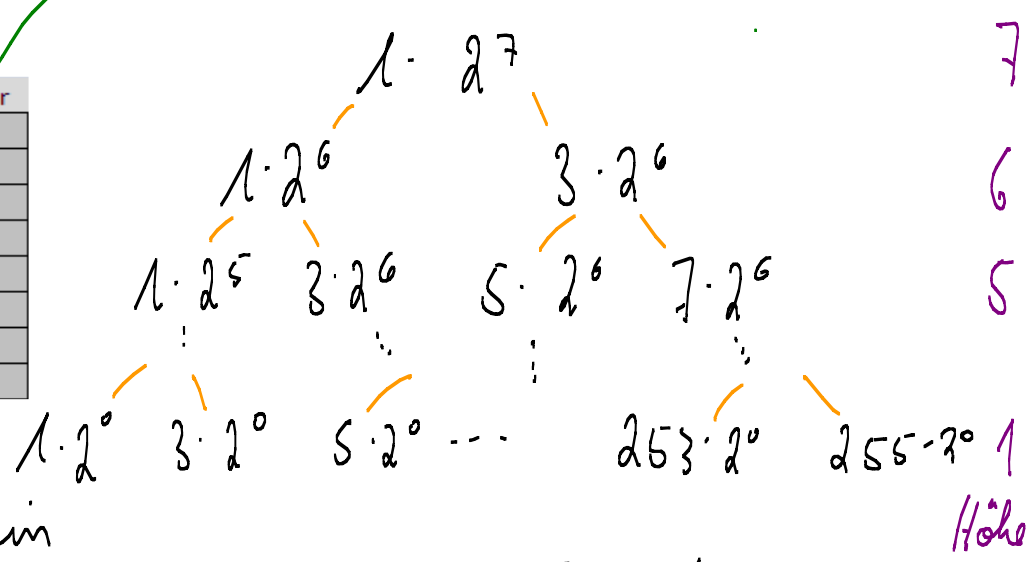


gab ist zu erkennen
 das der Baum
 linear wächst.

⇒ 255 Einträge = Höhe des Baumes
 eindeutige Einträge da sowohl ln, als auch
 √ eindeutige Funktionen die

b.) $i \% 2^k \in \mathbb{N} \hat{=} \# \text{Elemente pro Ebene}$
 $h \in \mathbb{N}$

k	2^k	#Teiler
0	1	128
1	2	64
2	4	32
3	8	16
4	16	8
5	32	4
6	64	2
7	128	1



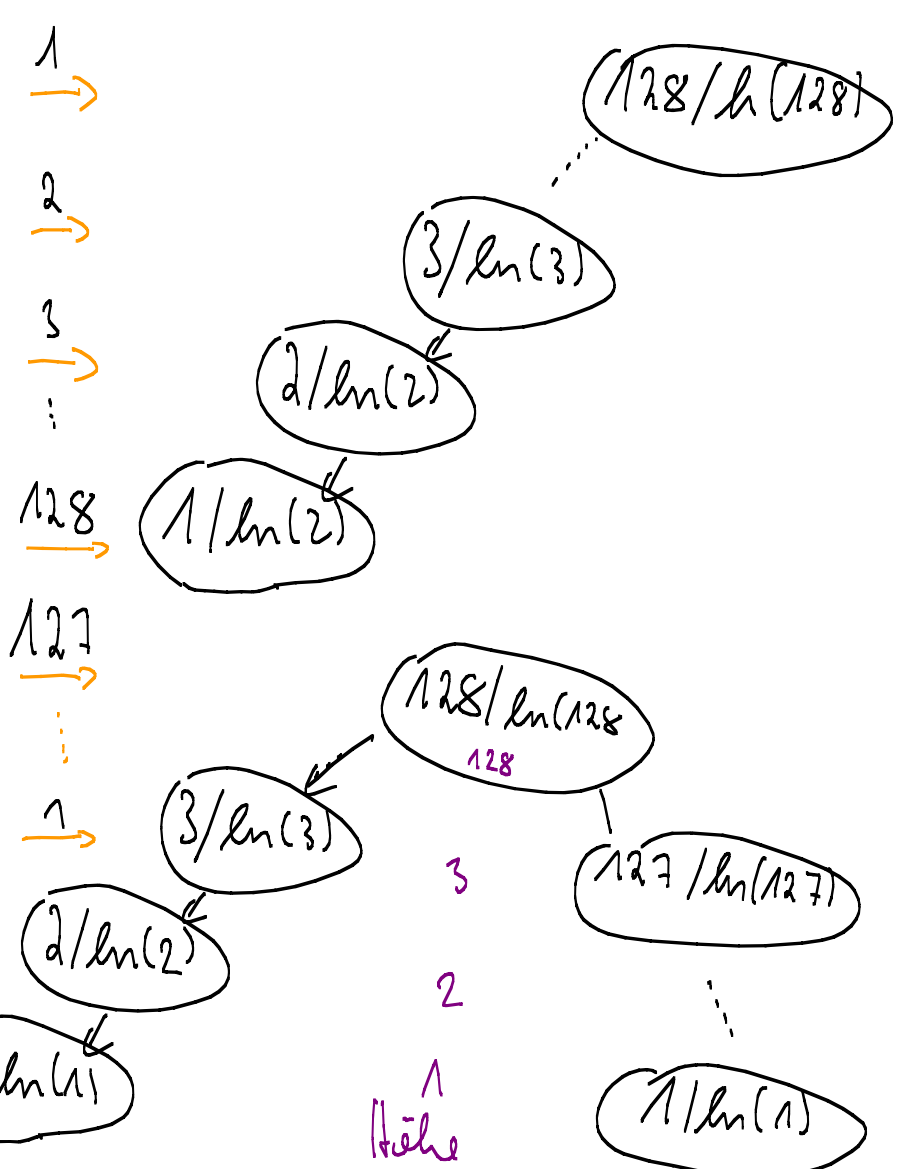
Es ergibt sich ein vollständiger Binärbaum mit der Elementanzahl

$$N = 2^h \cdot 2 - 1 = 2^{h+1} - 1 \Rightarrow h = \log_2(N+1) - 1$$

$$h = \log_2(255+1) - 1 = 7$$

c.)

i	ln(i)	128-abs(128-i)
1	0,000	1
2	0,693	2
3	1,099	3
...
128	4,852	128
...
253	5,533	3
254	5,537	2
255	5,541	1



Es entsteht ein balancierter, linearer Baum mit Tiefe 128; lineare Funktionen; $|128-i|$ erreicht Minimum bei $i = +128$