

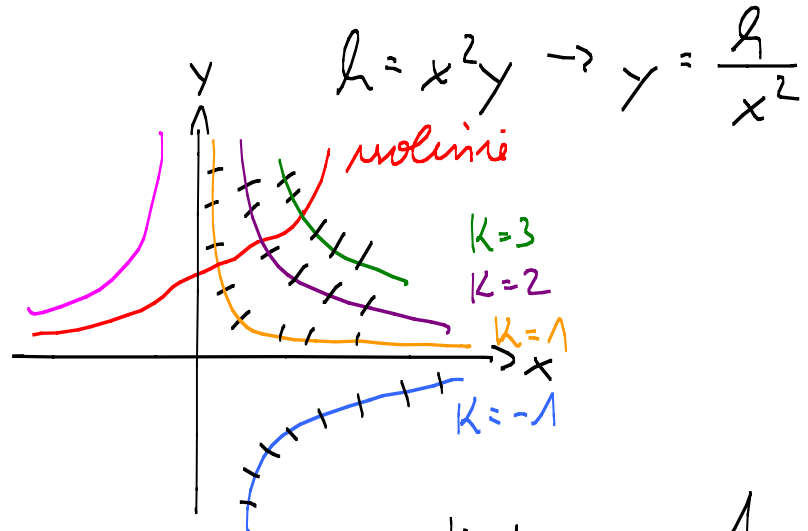
Dgl - Übungen

Note Title

14.04.2008

12c.) $y' = x^2 y = h$ für $x=0 \rightarrow h=0$

Pullungsfeld: \rightarrow 3 isolinien [h... const.]



$k=1 \rightarrow y = \frac{1}{x^2}$

14.) Numerische Verfahren:

$y' = \sin(x) - 2xy$

$y(0) = 1$

$h = 0,1$

$x_{n+1} = x_n + h$

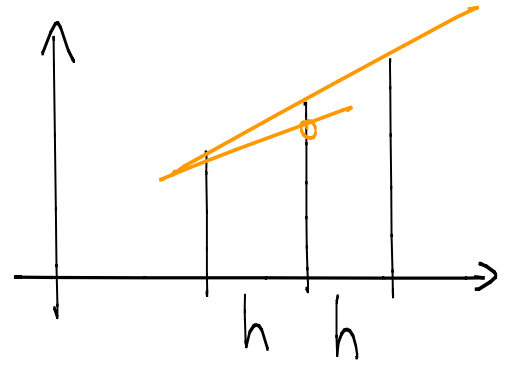
$y_{n+1} = y_n + h \cdot y'(x_n, y_n)$

$y_2 = 1 + 0,1 [\sin(0,1) - 0,2]$

x	y	y'	h y'
0			
0,1			
0,2			
0,3			
0,4			
0,5			

14b.)

x	y	y'
0	1	0
0,1	1,00	-0,10017
0,2	0,9737	
0,3	⋮	
0,4	⋮	
0,5	0,89143	



$$y_2 = y_0 + 2h \cdot y'(x_1, y_1)$$

$$= 1 + 0,2(-0,10017)$$

14c.) $x_{n+1} = h + x_n$

$$y_{n+1} = \frac{h}{2} \left[f(x_k, y_k) + f(\underbrace{x_k+h, y_k+h}_{\text{Schätzung für } x_{k+1}}) \right]$$

x_{k+1} (Euler)

Schätzung für y'

$$y_2 = y_0 + h \cdot (*)$$

x_k	y_k	y_k'	$h \bar{y}'$	\bar{y}_{k+1}	\bar{y}'_{k+1}	$\frac{1}{2} [y_k' + \bar{y}'_{k+1}]$
0	1,00	0	0	1,00	-0,10017	-0,0501
0,1	0,99499	-0,09916		0,98507	-0,19536	-0,1473
0,2	0,98026					
0,3	⋮					
0,4	⋮					
0,5	0,88689					

Ewakter Wert: $y(x) = e^{-x^2} \left(\int e^{+2} \sin(t) dt + 1 \right)$

$$= 0,88702$$

$$13.) \quad y' = 2x(y+1) \quad \text{mit } y(0) = 0$$

$$y_{k+1} = \int 2x(y_k+1) dx \quad y_0 \dots \text{ geügend [cond]} \\ y_0 = C_0 = 0 \quad [\text{AWP}]$$

$$y_1 = \int 2x(1) dx = x^2 + C_1 \quad y_0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$y_2 = \int 2x(x^2+1) dx \\ = \frac{x^4}{2} + x^2 + C_2 \xrightarrow{\text{AWP}} C_2 = 0$$

$$y_3 = \int 2x\left(\frac{x^4}{2} + x^2 + 1\right) dx \\ = \frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{2} + x^2 + C_3 \xrightarrow{\text{AWP}} C_3 = 0$$

$$y_4 = \dots = \frac{x^8}{24} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{2} + x + C_4 \xrightarrow{\text{AWP}} C_4 = 0 \\ = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} \rightarrow e^{x^2} - 1$$