Cs 01

Note Title 26.06.2008

07.03.2008

Bsp 1.) $y(t) = c^T \Phi(t)\, x_0 + \underbrace{\int_0^t c^T \Phi(t-\tau)\, b\, u(\tau)\, d\tau + d u(\tau)}$

da $\xi = 0$ ein EW von A

nur für $t \gg$ gefragt

z.B.: $u(t) = U e^{\xi t}$ ($\xi \neq$ Pol von $G(s)$)

$t \gg$: $U\, G(\xi)\, e^{\xi t}$ ($G(s)$ Bibo)

System ist nicht steuerbar : $u(t)$ hat auf System keinen Einfluss

System ist Bibo, aber nicht asymptotisch stabil

$$\Rightarrow G(s) = \frac{3}{s+2} = c^T (sI - A)^{-1} b + d$$

$$u_A(t) = 3 \Rightarrow y_A(t) = 3 |G(0)|\, e^{0t} = \frac{9}{2}$$

$$u_B(t) = 4 \sin(2t) \Rightarrow y_B(t) = 4 |G(j2)| \sin(2t + \sphericalangle G(j2))$$

$$|G(j2)| = \left| \frac{3}{j2+2} \right| = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$\sphericalangle G(j2) = 0 - \frac{\pi}{4}$$

$2 = \sqrt{2}\sqrt{2}$

$$y_B(t) = \cancel{4}\,\frac{3}{2\sqrt{2}} \sin\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sin\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\begin{array}{r|c|c} & \begin{matrix} e^{-2t} & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \\ \hline c^T \, \Phi(t) \, x_0 = [1 \;\; 1] & & 1 \end{array}$$

$$y(t) = 1 + \frac{9}{2} + 3\sqrt{2} \sin\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$$

25.10.2007:

Bsp 3: $u(t) = \sin(2t)$

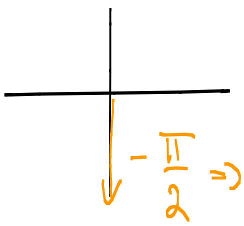
$$y(t) = |G(2j)| \sin(2t + \sphericalangle G(2j)) \overset{!}{=} 3 \cdot \sin\left(2t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$|G(2j)| \overset{!}{=} 3$$

$$\sphericalangle G(2j) \overset{!}{=} -\frac{\pi}{2}$$

$$G(j2) = \frac{5(a - j2)}{a + j2} \quad / \cdot \frac{a - 2j}{a - 2j}$$

$$= 5 \cdot \frac{a^2 - j4a - 4}{a^2 + 4}$$



$-\frac{\pi}{2} \Rightarrow Re = 0$

$$= b \cdot \frac{a^2 - 4}{a^2 + 4} - j b \frac{4a}{a^2 + 4}$$

$$a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2 \Rightarrow a = 2$$

Ansonsten wäre der komplexe Anteil pos $\Rightarrow$ passt nicht zu $-\frac{\pi}{2}$;

$b \neq 0$ da ansonsten $G_{(0)}$ $\Rightarrow$ passt nicht.

$$G(j2) = -j\, b\, \frac{8}{8} = -j b \qquad |G(j2)| = b \Rightarrow b = 3$$

$$G(j2) = \frac{|b| \cdot |\cancel{a} - j2|}{|\cancel{a} + j2|} = \frac{|b| \sqrt{a^2 + 2^2}}{\sqrt{a^2 + 2^2}} \rightarrow |b| \stackrel{!}{=} 3$$

$G(s)$ ... all Pass ... alle Frequenzen werden gleich durch gelassen, nur die Phase ändert sich.

25.10.2006

Gruppe A Bsp 3:

Angabefehler: $t \gg 0$; $\Phi(t)$ berechnen;

alle Pole links; da es Bibo ist;

a.) $$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2 C} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ \frac{1}{R_2 C} \end{bmatrix} u$$

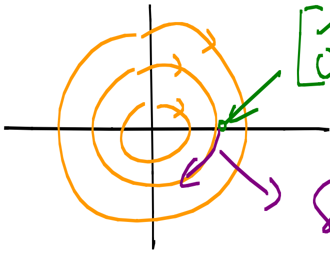
$$y = [0 \quad 1]\, x$$

d.) $G(s) = \frac{1}{s+1}$ $\qquad \Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-\frac{R_1}{L}t} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{1}{R_2 C}t} \end{bmatrix}$

18.03.2005

Bsp 3:

1.) $\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix} x$



$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$: Wählen

Startrichtung nach unten

Ein Oszillator

EV: rein komplex → System ist weder instabil noch asymptotisch stabil;

weder a, b oder c

2.) $\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$ $\qquad s_{1,2} = \pm\alpha$ $\qquad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

ergibt Bild b.)

3.) $\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} x$ ⇒ Bild a.)

4.) $\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -\alpha & 1 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} x$ EV nicht normal aufeinander

5.) Bild c $\qquad$ 6.) 2 gleiche EW → 1 EV

25.10.2007

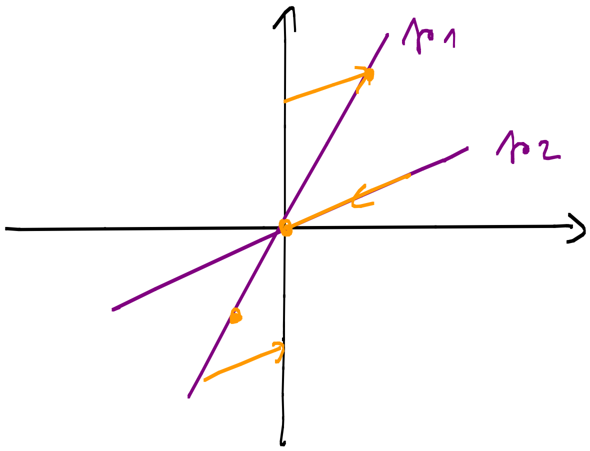
Bsp 1.) v_1, v_2 darf aus Bild gelesen werden

$\Rightarrow \lambda_x S_i > 0 + \lambda_x S_i < 0$ notwendig

01.02.2008

Bsp. 2: c.) $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\qquad v_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

$s_1 = 0 \qquad s_2 = -4$



Bsp 3.)

b.) $G(s) = \dfrac{(2s-1)(s+\beta)}{(\alpha+\alpha)(s+1)(s+4)}$

Pole Links: $\alpha > 0$ ... asymptotisch stabil

Kürzungen:

Null	Polstelle
$\frac{1}{2}$	$-\alpha$
	-1
$-\beta$	-4

$\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$ oder $\alpha = \beta$ für Bibo

01.07.2005

1.) $u(t) = U e^{\xi t} \sigma(t - t_0)$

$\hookrightarrow y(t) = c^T \Phi(t) \eta + G(\xi) U e^{\xi t} \sigma(t - t_0)$

aus Experimenten:

EW: $-2, -4$

a.) nicht erreichbar: $\xi = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}$ erklärbar
aber e^{-3t} nicht

b.) $y(t) = c^T \Phi(t) \eta + G(\xi) U e^{\xi t}$

$\hookrightarrow \xi \overset{!}{=} 0 \qquad u(t) = -\sigma(t-1)$

$$x(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

math. Begründung: Es passt in die Struktur

c.) $U = 0$; Werte resultieren aus $\Phi(t)$

$$x(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Allgemein:

$q_2 \perp p_1, \; q_3 \perp p_2$
$q_1 \not\perp p_1$

$$P^{-1} \cdot P = E: \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_n \end{bmatrix} \cdot [p_1, p_2, \dots, p_n] = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

07.03.2008

Bsp 2:

$$p_2 \perp g_1 \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_2 \perp p_1 \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b \\ -a \end{bmatrix} \perp \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \perp \begin{bmatrix} -b \\ a \end{bmatrix}$$