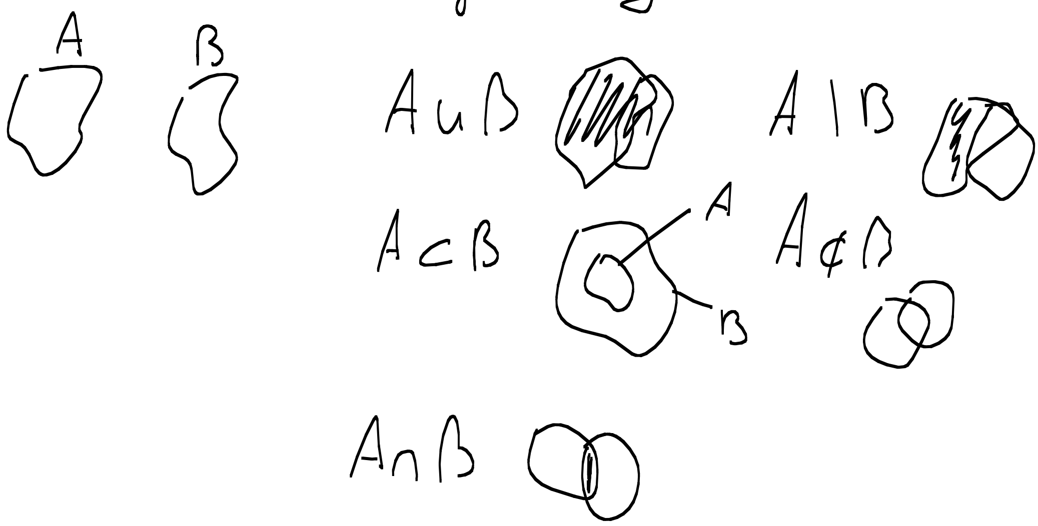
Analysis - Stoff 1. Teil

Notiztitel 25.11.2006

Analysis-Zusammenfassung

Mengen:



untere Schranke a: $a \le x \quad \forall x \in M$

obere Schranke b: $b \ge x \quad \forall x \in M$

Existiert ober oder / und untere Schranke $\Rightarrow$ Menge beschränkt

Schranken müssen nicht $\in M$ sein

größte untere Schranke $\Rightarrow$ infimum

$$a = \inf M$$

Sei M nach unten beschränkt:

$a = \inf M \Leftrightarrow a \le x \quad \forall x \in M$

[illegible]

a = Minimum wenn $a \le x \quad \forall a, x \in M$

kleinste obere Schranke $\Rightarrow$ supremum

$b = \sup M$

$b =$ Maximum wenn $b \geq x \quad \forall b, x \in M$

Supremum $\Rightarrow$ Maximum

Maximum $\not\Rightarrow$ Supremum

Sei $M \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \frac{1}{n}\}$ $\max = 1$, $\inf = 0$

Konvergenz:

$\{a_k\}_{k \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{C}$ heißt konvergent, wenn

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists N_\varepsilon : |a_k - a| < \varepsilon \quad \forall k > N_\varepsilon$$

$$a = \lim_{k \to \infty} a_k$$

Eine nicht konvergente Folge heißt divergent

Monotonie:

- streng monoton wachsend: $a_{k+1} > a_k \quad \forall k \in \mathbb{N}$

  Bsp.: $1 - \frac{1}{k}$
- streng monoton fallend: $a_{k+1} < a_k$

  Bsp.: $1 + \frac{1}{k}$

· monoton wachsend : $a_{k+1} > a_k$

· monoton fallend : $a_{k+1} < a_k$

Häufungspunkt:

$\alpha \in \mathbb{R}$ heißt Häufungspunkt der Folge $\{a_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ wenn diese eine gegen α konvergierende Teilfolge besitzt

ε-Umgebung:

$$U_\varepsilon(a) = \{x+\varepsilon, x-\varepsilon\}$$

$$U_\varepsilon(a) = \{x \in \mathbb{R} : |x-a| < \varepsilon\}$$

offene Menge: (in $\mathbb{R}^n$)

$$\forall x \in M \; \exists \varepsilon > 0 : U_\varepsilon(x) \subset M$$

innerer Punkt:

$$\exists \varepsilon > 0 : U_\varepsilon(x) \subset M$$

ein offenes Intervall besteht nur aus inneren Punkten

Die Menge aller inneren Punkte (von M) wird als offener Kern $\underline{M}$ bezeichnet: $M = [a, b]$

$\underline{M} = (a, b)$

Die Menge aller abgeschlossenen Hüllen von M heißt $\bar{M}$

$\partial M := \bar{M} \setminus M$ ... Rand von M

Kompakte Menge:

Eine Menge ist kompakt, falls jede Folge $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ eine konvergente Teilfolge besitzt, mit Grenzwert $x = \lim_{k \to \infty} x_k \in M$