

Diskrete Mathematik Übung 3:

Notiztitel

17.03.2007

$$\text{A4 (a.)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1-1 & \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1-1 & \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-2}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\det = -4$$

$$\text{A4 (b.)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{+2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{+}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det = 0$$

$$15a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \end{array}$$

$$\det = -4$$

$$-1[1 \cdot 2 \cdot 4 + (-1) \cdot 3 \cdot 1 + 2]$$

$$+1[2 \cdot 2 + 3 - 4]$$

$$-7 + 3 = -4$$

$$\frac{1}{-4} \cdot \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-4} \begin{pmatrix} +7 & -6 & -5 \\ +1 & -2 & +1 \\ -3 & +2 & +1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{4} & \frac{3}{2} & \frac{5}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$15b) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{array}{cccc} 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{array}$$

$$-1(-3+8+2)$$

$$4-4+3$$

$$\det = -4$$

$$\frac{1}{-4} \cdot \left(\begin{array}{ccc} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{-4} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -6 & 7 & -5 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{5}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{A6e1.)} \\ -8x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 11x_1 - 7x_2 - 3x_3 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} -8 & 4 & 3 \\ 11 & -7 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{b}$$

$$\begin{pmatrix} -8 & 4 & 3 \\ 11 & -7 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 11 & -7 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$-1[68 + 48 + 42] + 86 + 26 + 66$$

$$\det = 3$$

$$x = \frac{1}{3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & -7 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & 14 \\ 0 & -7 & -3 & 0-7 \\ 2 & 2 & 1 & 22 \end{vmatrix} = -1[-42-6] -7-24 = -17$$

$$x^2 = \frac{17}{3}$$

$$y = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 11 & 0 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 1 & 3 & 8 & 1 \\ 11 & 0 & -3 & 11 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = -1[-0-48+11]+0+9+66 = 112$$

$$y^2 = \frac{112}{3} \quad ?$$

$$z = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 8 & 4 & 1 \\ 11 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 4 & 1 & 8 & 4 \\ 11 & 2 & 0 & 11 & 2 \\ -3 & -2 & 2 & -3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$+21+0-88+112+0-22$$

$$z = 25$$

$$\begin{pmatrix} -8 & 4 & 3 \\ 11 & -7 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 3 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{17}{3} \\ \frac{16}{3} \\ \frac{25}{3} \end{pmatrix}$$

16 b1.)

$$\begin{pmatrix} -7 & 11 & -3 \\ 4 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -3 \\ 4 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \det = 3$$

$-1[48 + 63 + 24]$
 $+ 56 + 66 + 36$

$$x = \frac{1}{3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 11 & -3 \\ 0 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \cdot 19 = \frac{19}{3}$$

$$y = \frac{1}{3} \cdot \begin{vmatrix} -7 & 1 & -3 \\ 4 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \cdot 20 = \frac{20}{3}$$

$$z = \frac{1}{3} \cdot \begin{vmatrix} -7 & 11 & 1 \\ 4 & -8 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \cdot 28 = \frac{28}{3}$$

16 b2.) $\begin{bmatrix} -7 & 11 & -3 \\ 4 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/3 & -2/3 & 3 \\ 2/3 & -1/3 & 3 \\ 4/3 & 1/3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1/3 & -2/3 & 3 \\ 2/3 & -1/3 & 3 \\ 4/3 & 1/3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 19 \\ 20 \\ 28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19/3 \\ 20/3 \\ 28/3 \end{bmatrix}$$

17 a.)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & -3 \\ 1 & 3 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \downarrow - \\ \downarrow - \\ \downarrow -2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & -14 & 6 \\ 0 & -3 & -18 & -8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \downarrow +3 \\ \downarrow + \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -32 & 1 \end{bmatrix} \downarrow -16$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot 1 \\ \text{det} = 2 \end{matrix}$$

17 b.)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 11 & -7 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \downarrow -11 \\ \downarrow +3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & +15 & -33 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 9 & 1 \end{matrix} =$$

$$1 \cdot \begin{vmatrix} +15 & -33 & -3 & -29 & -33 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 9 & 1 & -4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$-1[12 + 0 + 0] + [+15 + 0] = +3$$