Diskrete Mathe Uebung 2:

Notiztitel 11.03.2007

8.)

	rot	weiß	rosa
rosa x rot	50	0	50
rosa x weiß	0	50	50
rosa x rosa	25	25	50

$0{,}5x + 0y + 0{,}5z = 4000$

$0x + 0{,}5y + 0{,}5z = 4000$

$0{,}25x + 0{,}25y + 0{,}5z = 4000$

$$\begin{array}{ccc|c} & & & 4000 \\ & & & 4000 \\ & & & 4000 \\ \hline 0{,}5 & 0 & 0{,}5 & 3000 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & 3000 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}5 & 6000 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}5 \end{array}\right) \begin{array}{c|c} 1500 + 0 + 1500 & 3000 \\ 0 + 1500 + 1500 & 3000 \\ 1500 + 15000 + 3000 & 6000 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}5 \end{array}\right) \begin{array}{|c} 3000 \\ 3000 \\ 6000 \end{array}$$

9.)

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} : \quad \begin{matrix} 4+9 & 8+6 \\ 13 & 14 \\ 2+3 & 4+4 \\ 5 & 8 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} : \quad \begin{matrix} 4+4 & 3+2 \\ 8 & 5 \\ 12+8 & 9+4 \\ 20 & 13 \end{matrix}$$

✓

sie darf nicht Symetrisch sein und,

$A \cdot B = 1$ darf nicht gelten

$\Rightarrow A \neq B^{-1}$!

10.) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\quad A \cdot B = B \cdot A$

$\forall\ a = d,\ b = c = 0$

$$\begin{array}{c|cc} & e & f \\ & g & h \\ \hline a \quad b & ae + bg & af + bh \\ c \quad d & ce\ dg & cf + dh \end{array} \qquad \begin{array}{c|cc} & a & b \\ & c & d \\ \hline e \quad f & ae + fc & be + fd \\ g \quad h & ga + hc & gb + hd \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce\ dg & cf + dh \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + fc & be + fd \\ ga + hc & gb + hd \end{pmatrix}$$

$\cancel{ae} + bg \overset{!}{=} \cancel{ae} + fc \Rightarrow c = b = 0$

$af + bh \overset{!}{=} be + fd \Rightarrow f(a - d) \overset{!}{=} b(e - h) \Rightarrow a \overset{!}{=} d$

$$ce + dg \overset{!}{=} ga + hc \Rightarrow c(e-h) \overset{!}{=} g(a-d) \Rightarrow a \overset{!}{=} d$$

$$cf + dh \overset{!}{=} gb + hd \Rightarrow cf = gb \Rightarrow c = b = 0$$

11.)

	$\begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$	$\cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta = (a)$ $-\cos\beta \cdot \sin\alpha - \sin\beta \cos\alpha = (b)$ $\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cdot \cos\beta = (c)$ $-\sin\alpha \sin\beta + \cos\alpha \cos\beta = (d)$

(a) $\cos(\alpha+\beta)$ (a) (b)

(b) $\sin(\alpha+\beta)$ (c) (d)

(c) $\sin(\alpha \pm \beta)$

(d) $\cos(\alpha \mp \beta)$

Inverse: $A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{\cos\alpha \cos\alpha - (\sin\alpha \cdot (-\sin\alpha))}_{=1}} \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ +\sin\alpha & -\cos\alpha \end{pmatrix}$$

12.) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\nexists A^{-1} \; \forall \; ad - bc = 0$

$$A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{ad - bc}_{=0}} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$\frac{1}{0}$ nicht definiert!

? $\exists B \neq 0 : A \cdot B = 0$

$\Rightarrow A \neq 0$ (oder det 0)

? $\exists C \neq 0 : C \cdot A = I$

$\Rightarrow A = C^{-1}$

$B \cdot C^{-1} = 0$ ↯ $\forall B \neq 0 \; \forall C \neq 0$

$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\det A = 0$

13.) $A = n \times n$

$B = n \times n$

$A \cdot B = n \times n = A^{-1} \cdot B^{-1}$

regulär: $\exists A, B : A \cdot B = I$

$B = A^{-1}$

$B^{-1} \cdot A^{-1} = A \cdot B$

$B^{-1} \underbrace{(A^{-1} \cdot A)}_{I} \cdot B = I$

$B^{-1} \cdot (I \cdot B) = I$

$B^{-1} \cdot B = I$ ✓

14a.)

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 4 & 3 \end{matrix}$$

$1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 3 = 3$

$-1[4 \cdot 2 \cdot 1 + 3(-1)1 + 2 \cdot 1 \cdot 1] = -7$ $\Big\}$ $+3 - 7 = -4$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 0 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$-1[1(-3)1 + 0 + (-1)(-2)1] = 1$

$1(-3)(-1) + 0 + 1(-2)(2) = -1$ $\Big\} = 0$