Diskrete KV 21052007

Notiztitel 21.05.2007

$a_k = k^3 \rightarrow$ ges Reihe

$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$ $\quad | \frac{d}{dx}$

$\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot x^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$

$\sum k x^x = \frac{x}{(1-x)^2}$

$\sum k^2 x^{k-2} = \frac{(1-x)^2 - x \cdot 2 \cdot (1-x)(-1)}{(1-x)^4} = \frac{1+x}{(1-x)^3}$

$\sum k^2 x^k = \frac{x+x^2}{(1-x)^3}$

$=$ $\quad | \frac{d}{dx}$

$\sum k^3 x^{k-1} = \frac{x^2+4x+1}{(1-x)^4}$ $\quad | \cdot x$

$\sum k^3 x = \frac{x^3+4x^2+x}{(1-x)^4}$

$=$

alternativ nicht jedes mal $\cdot x$ sondern nur ableiten $\Rightarrow \sum k(k-1)(k-2) x^{k-2}$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{k-n}$$

$$\binom{r}{k} = (-1)^k \binom{-r+k-1}{k}$$

$$(1-x)^{-n} = \sum \binom{-n}{k} x^k (-1)^k = \sum \binom{n+k-1}{k} (-1)^k (-1)^k x^k$$

$$= \sum \binom{n+k-1}{k} x^k$$

$$= \sum \binom{n+k-1}{n-1} x^k$$

$=$

30 rote, 40 blaue, 50 weiße Kugeln

Auf wieviele Arten können 70 Kugeln entnommen werden?

$$\underbrace{(1+x+x^2+\dots+x^{30})}_{\text{geometrische Reihe}} \cdot \underbrace{(1+x+ \quad +x^{40})}\underbrace{(1+x+\dots+x^{50})}$$

geometrische Reihe

$$\frac{1-x^{31}}{1-x} \cdot \frac{1-x^{41}}{1-x} \cdot \frac{1-x^{51}}{1-x}$$

$$= (1-x)^3 (1-x^{31})(1-x^{41})(1-x^{51})$$

$\Rightarrow$ Lösung ist der Koeffizient von x^{70} in dieser Darstellung

$$= \left(\binom{2}{2} + \binom{3}{2}x + \binom{4}{2}x^2 + \dots + \right)(1-x^{31}-x^{41}-x^{51}+\underbrace{\dots}_{>x^{70}})$$

Koeffizient x^{70}: $= \binom{72}{2} + \binom{72-31}{2} + \binom{72-41}{2} + \binom{72-51}{2}$

$= 1061$